

Roll No.....

(137)

4044

Printed Pages—4]

2B.Sc.(IT)4

Bachelor of Science (IT) (Second Semester)

Examination, May/June 2019

FUNDAMENTALS OF MATHEMATICS-II

(DISCRETE MATHEMATICS)

अवधि/Duration : 3 घंटे/Hours]

[पूर्णांक/Max. Marks : 100

[न्यूनतम उत्तीर्णांक/Min. Pass Marks : 40

निर्देश :

1. प्रश्नपत्र **पाँच** इकाइयों में विभाजित है। प्रत्येक इकाई में आन्तरिक विकल्प दिया गया है।
2. प्रत्येक इकाई से **एक** प्रश्न का उत्तर दीजिए। इस प्रकार कुल **पाँच** प्रश्नों के उत्तर दीजिए।
3. **सभी** प्रश्नों के लिए समान अंक नियत हैं।
4. जहाँ आवश्यकता हो वहाँ उपयुक्त डाटा माना जा सकता है।
5. अनुवाद में विसंगति होने पर अंग्रेजी स्वरूप को सही माना जाये।
6. प्रश्नपत्र में परीक्षार्थी निर्धारित स्थान पर अपना रोल नम्बर अंकित करें।

Instructions :

1. The question paper is divided in *five* units. Each unit carries an internal choice.
2. Attempt *one* question from each unit. Thus attempt *five* questions in all.
3. *All* questions carry equal marks.
4. Assume suitable data wherever necessary.
5. English version should be deemed to be correct in case of any anomaly in translation.
6. Candidate should write his/her Roll Number at the prescribed space on the question paper.

P.T.O

इकाई I/(Unit I)

1. (a) सत्यता सारणी बनाइये : 10

$$(p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q)$$

Make the truth table for the statement :

$$(p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q)$$

- (b) सिद्ध कीजिये कि दो कथनों p एवं q के तार्किक रूप से तुल्य होने के लिये आवश्यक व पर्याप्त प्रतिबंध है कि $p \Rightarrow q$ एक टॉटोलॉजी (Tautology) हो।

Prove that the necessary and sufficient condition for two statements p and q to be logically equivalent is that, $p \Rightarrow q$ is a tautology.

अथवा/(Or)

2. (a) डि-मॉर्गन का नियम सिद्ध कीजिये : 10

$$\sim (p \vee q) = \sim p \wedge \sim q$$

Prove the De-Morgan's rule

$$\sim (p \vee q) = \sim p \wedge \sim q$$

- (b) सिद्ध कीजिये कि निम्नलिखित कथन तार्किक रूप से तुल्य हैं : 10

Prove that the following statements are logically equivalent :

$$p \Rightarrow (q \wedge r) \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)$$

इकाई II/(Unit II)

3. (a) यदि $p \equiv$ गणित कठिन है। 10

$$q \equiv 4 \text{ सम संख्या है।}$$

तो simple verbal statement दीजिये जो निम्नलिखित प्रत्येक का वर्णन करता हो :

If $p \equiv$ Mathematics is hard

$q \equiv 4$ is even number.

then, give simple verbal sentence which describes each of the following :

(i) $\sim(p \wedge q)$

(ii) $p \Rightarrow (\sim q)$

(iii) $\sim p \Rightarrow \sim q$

(iv) $\sim (p \wedge q) \Rightarrow q$

(v) $\sim (p \wedge \sim q)$

- (b) बूलीय बीजगणित B के प्रत्येक अवयव a तथा b के लिये सिद्ध कीजिये कि : 10

For every element a and b of Boolean algebra B, prove that :

(i) $(a.b)' = a' + b'$

(ii) $(a + b)' = a'.b'$

अथवा/(Or)

4. (a) बूलीय बीजगणित में सिद्ध कीजिये कि : 10
यदि $a + b = a + c$
तथा $ab = ac$
तो $b = c$
In a Boolean Algebra prove that, if :
 $a + b = a + c$
and $ab = ac$
then $b = c$
- (b) बूलीय बीजगणित B के प्रत्येक अवयव a के लिये सिद्ध कीजिये कि : 10
For each element a of a Boolean algebra B, prove that :
(i) $a + 1 = 1$
(ii) $a \cdot 0 = 0$

इकाई III/(Unit III)

5. (a) उदाहरण सहित परिभाषित कीजिये : 10
(i) सार्वभौमिक परिमाणक
(ii) अस्तित्व परिमाणक।
Define with example :
(i) Universal Quantifier;
(ii) Existential Quantifier.
- (b) प्रेडिकेट कैलकुलस में अभिगृहीत पद्धति (Axiom system) को संक्षेप में समझाइये।
Explain axiom system for predicate calculus in brief.

अथवा/(Or)

6. (a) गणना कीजिये : 10
(ab) $(a + b)'$ जब $a = 1, b = 0$.
Evaluate :
(ab) $(a + b)'$ when $a = 1, b = 0$.
- (b) तर्क (Reasoning) के दैनिक जीवन में उपयोग पर संक्षिप्त टिप्पणी लिखिये।
Write a short note on the application or reasoning to everyday life.

इकाई IV/(Unit IV)

7. (a) एक ऐसे संबंध का उदाहरण दीजिये जो स्वतुल्य (Reflexive) तथा संक्रामक (Transitive) हो परंतु सममित (symmetric) न हो। 10
Give an example of relation which is reflexive and transitive but not symmetric.

- (b) यदि (L, \leq) एक लैटिस है, जिसमें \wedge तथा \vee meet (मीट) तथा Joint (ज्वाईंट) संक्रियाओं को प्रदर्शित करते हैं, तो प्रत्येक $a, b \in L$ के लिये सिद्ध कीजिए कि

$$a \leq b \Leftrightarrow a \wedge b = a$$

If (L, \leq) be a lattice, in which \wedge and \vee denotes the operations of meet and joint, then for each $a, b, \in L$, prove that :

$$a \leq b \Leftrightarrow a \wedge b = a$$

अथवा/(Or)

8. (a) एक उदाहरण सहित ट्री को परिभाषित कीजिये। 10
Define a tree with an example.

- (b) यदि $P = \{1, 2, 3\}$ 10
तथा $Q = \{4, 5, 6, 7\}$
तो दर्शाइये कि :

$$|P \cup Q| = |P| + |Q|$$

If $P = \{1, 2, 3\}$ and $Q = \{4, 5, 6, 7\}$, then show that

$$|P \cup Q| = |P| + |Q|$$

इकाई V/(Unit V)

9. (a) वलय की परिभाषा दीजिये। 10
Define a ring.

- (b) रैखिक रूपांतरण $T : V_3(R) \rightarrow V_3(R)$, जहाँ
 $T(x, y, z) = (x, y, 0) \forall x, y, z \in R$ की मूल आधार $\{1, 0, 0\}, \{0, 1, 0\}, \{0, 0, 1\}$
के सापेक्ष आव्यूह प्राप्त कीजिये। 10

Find the matrix of the linear transformation :

$T : V_3(R) \rightarrow V_3(R)$, where

$T(x, y, z) = (x, y, 0) \forall x, y, z \in R$ relative to the standard basis
 $\{1, 0, 0\}, \{0, 1, 0\}, \{0, 0, 1\}$

अथवा/(Or)

10. (a) क्षेत्र को परिभाषित कीजिये। 10
Define a field.

- (b) यदि $f : U \rightarrow V$ एक रैखिक रूपांतरण है तो सिद्ध कीजिये कि $f(0) = 0'$ जहाँ 0 तथा
 $0'$ क्रमशः U तथा V के शून्य अवयव हैं। 10

If $f : U \rightarrow V$ be a linear transformation, then prove that :

$$f(0) = 0'$$

where 0 and $0'$ are the zero elements of U and V respectively.